AUTOMATICA

MASTER COPY
Tel. 050-8312126
Cell. 388 9837745

28-09-2015 SISTEMA A FEEDBACK

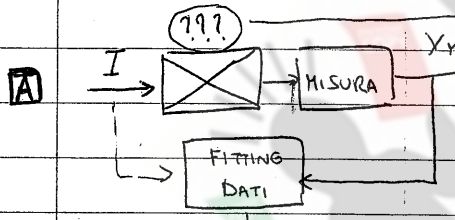
- Obiettivo
- Sistema dinamico
- Sistema di misura
- Sistema di controllo

} Un sistema a feedback è dotato di...

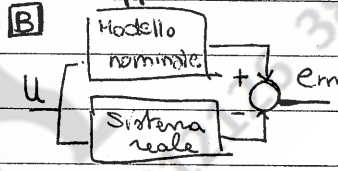
Esempi usuali: guida, regolazione della pressione sanguigna e in generale tutti i meccanismi coinvolti nella regolazione dell'omeostasi corporea.

29-09-2015

Il primo passo per costruire un sistema dinamico è fornire ad un oggetto degli input e successivamente misurare le uscite. Si raggruppano i risultati in una tabella (fitting dei dati). Difficile leggere ciò che accade



fino allo steady state (stato di assestamento)



Supponiamo di conoscere il modello ideale

In base all'errore si va a rivedere qualcosa nel modello nominale

in modo che l'errore tenda a 0

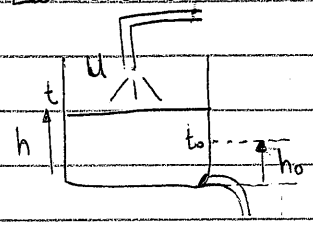
Bisogna essere subito in grado di discernere gli ingressi dalle uscite. Esistono ingressi desiderati e ingressi casuali (disturbo) Es. Il vento che perturba la traiettoria di un drone. Il riferimento (set point) viene inseguito, mentre il disturbo viene reiettato. Bisogna costruire un meccanismo che agisca efficientemente in modo indipendente dalle influenze esterne. Anche per le uscite esiste una distinzione: uscite previste (dipendenti dagli ingressi) e uscite impreviste non facilmente gestibili. La Teoria dei Sistemi è quella che studia le relazioni tra ingressi, STATI e uscite.

STATO: è una condizione di funzionamento del sistema che "si ricorda" ciò che è successo in passato. È la minima informazione necessaria alla determinazione univoca dell'uscita, noto l'ingresso.

Sistema tempo discreto: È un sistema in cui gli ingressi vengono forniti in quantità definite nel corso del tempo.

Le condizioni iniziali vanno saputre per poter sfruttare il sistema correttamente.

=>



Piccole variazioni finite.

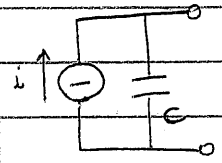
$$\Delta V = A(h - h_0) = \int_{t_0}^{t} u(\tau)\,d\tau$$

$A \rightarrow$ area di base

$$\hookrightarrow \quad A\frac{dh}{dt} = u(t) \rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{1}{A}u(t)$$

È importante conoscere la condizione iniziale h_0, allora h è la variabile di stato.

=>



$$\Delta Q = C(V - V_0) = \int_{t_0}^{t} i(\tau)\,d\tau$$

$$C\frac{dV}{dt} = i(t) \rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{1}{C}i(t)$$

Dev'essere nota x_0 (la tensione iniziale del condensatore)

Se nel primo caso consideri l'efflusso $y = K\sqrt{h} \rightarrow A\frac{dx}{dt} = u(t) - K\sqrt{x}$

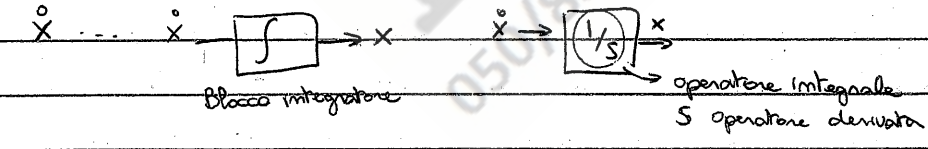
FORMA NELLO SPAZIO DI STATO

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

STATO — entrate — USCITE

se x e y sono vettori, il sistema dipende dalle proprietà delle matrici A, B, C, D e degli autovalori.

A è la matrice di transizione stabilità ← sempre a parte reale negativa.



05-10-15

B è la matrice collegata agli ingressi del sistema dinamico (U variabile di controllo), x variabile di stato. Non è detto che con gli ingressi sia in grado di controllare le uscite. Se il vettore U ha due righe e una colonna la matrice B avrà un ingresso che funziona e uno no. Questo determina la controllabilità del sistema.

VETTORE

$M_c = (B \; AB \; A^2B \; A^{n-1}B)$ Controllo il rango di M_c attraverso il determinante. > Se $\det M_c \neq 0 \Rightarrow$ rank max sistema controllabile

> Se $\det M_c = 0 \Rightarrow$ rank non max sistema perde controllabilità

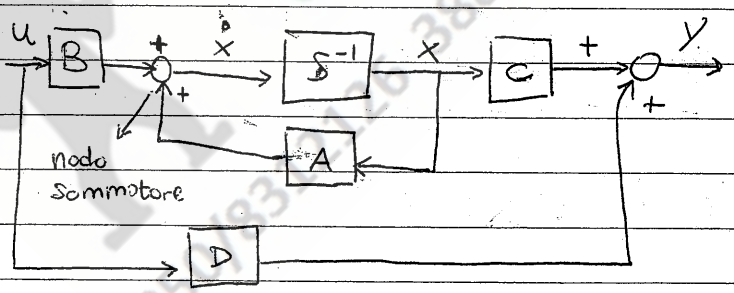
* Un caso particolare è la legge di Ohm $V = RI$ corrispondente al sistema come $y = Du$. Introduco gli ingressi (corrente) e leggo le uscite (tensione), dunque è un sistema non transitorio. In genere i modelli trattati contengono una componente dinamica in cui non si raggiunge lo Steady state in modo istantaneo $\Rightarrow$ L'uscita dipende anche dal processo dinamico simbolizzato dalla matrice C = matrice di uscita.

$\Rightarrow$ Spesso dunque gli stati intermedi non possono essere misurati... ma noti ingressi e uscite come li ricavo? Li stimo con la matrici di osservabilità.

$$M_o = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^{n-1} \end{pmatrix}$$ matrice di osservabilità

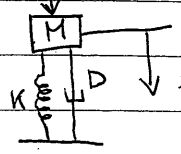
Costruiamo il sistema in termini di diagramma a blocchi.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$



$\Rightarrow$ I sistemi per cui la matrice D è nulla, sono detti sistemi strettamente propri

Es:



$\sum F_{in} + F_x + F_D = m\ddot{x}$

$\sum F = m\vec{a}$

$F_{IN} \triangleq u$ "La forza è uguale per definizione agli ingressi"

$F_x = Kx$

$F_D = D\dot{x}$ smorzatore

$m\ddot{x} = u - Kx - D\dot{x}$

$\dot{x}_1 = x_2$ velocità $\rightarrow m\dot{x}_2 = u - Kx_1 - Dx_2 \rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{K}{m}x_1 - \frac{D}{m}x_2 + \frac{u}{m} \end{cases}$

$x_1 = x$

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{m} & -\frac{D}{m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1/m \end{pmatrix} u$$

$$\dot{x} = A * x + B * u$$

- Ho convertito le equazioni del problema meccanico

$$y = x_1 \rightarrow y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

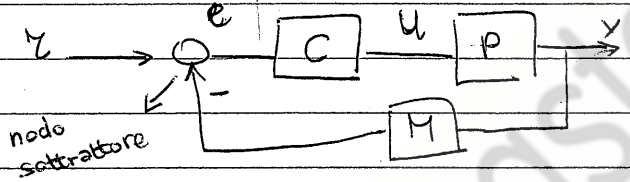
$$y = C * x_1$$

- $M_C = (B \quad AB)$

$$M_C = \begin{pmatrix} 0 & 1/m \\ 1/m & -\frac{D}{m^2} \end{pmatrix}$$

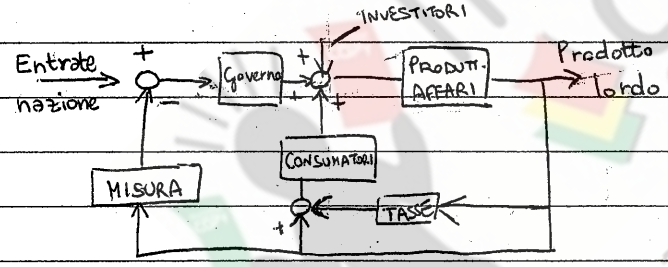
$\det M_C \neq 0$ Allora il sistema è controllabile tramite F_{IN}

Feedback negativo



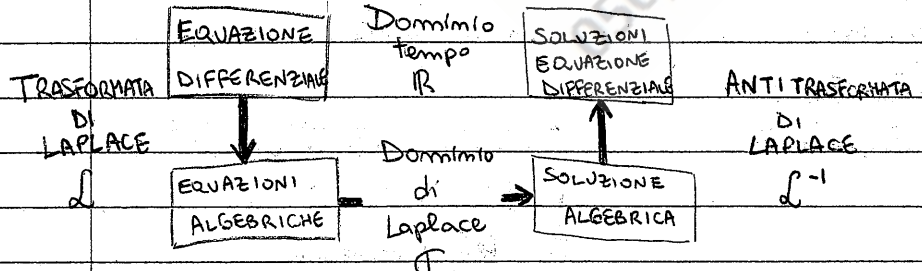
$$\text{errore} = R - y$$

Posto un certo ingresso faccio in modo che il sistema nel tempo mi dia un errore tendente a 0. Dunque mantiene l'uscita correlata all'entrata. Il sistema insegue il riferimento.



MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

TRASFORMATA DI LAPLACE



$$\mathcal{L}\{f(t)\} \triangleq \int_0^{+\infty} f(t) e^{-st} dt \triangleq F(s)$$

$s = \alpha + i\omega$

Detta "monolatera" perché parte da un istante iniziale nullo. $F(s)$ deve essere un valore finito, dunque l'integrale deve convergere.

$\int_0^{+\infty} |f(t)e^{-st}|\,dt < \infty \quad \forall s$. La funzione $f(t)$ deve essere una funzione continua e integrabile secondo Lebesgue (ossia le discontinuità devono essere puntuali e dunque essere associate ad un'area sottesa nulla). Per studiare la convergenza in realtà basta trovare un maggiorante e si cerca dunque un raggio minimo di convergenza nel primo di Gauss.

REGOLA DI APPLICABILITÀ

$|f(t)| \leq M e^{\alpha t}$ Le funzioni con questa proprietà consentono l'uso della trasformata. Basta infatti sostituirla nella condizione di convergenza. $f(t) = e^{t^2}$ × NO!

06-10-15 ANTITRASFORMATA o INTEGRALE DI BROMWICH

$$\mathcal{L}^{-1}(s) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} F(s)e^{st}\,ds = f(t) \qquad s = \alpha + j\omega$$

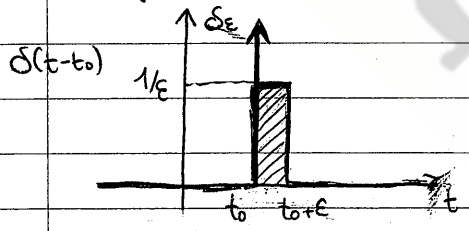
Operazione biunivoca

Le funzioni che useremo saranno razionali fratte $F(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$

- Le radici della funzione a numeratore sono detti zeri
- Le radici della funzione a denominatore sono detti poli

Per definizione ogni funzione estratta dall'antitrasformata è nulla per $t<0$ ossia per tempi precedenti l'istante iniziale.

➤ Trasformata di Laplace di alcune funzioni elementari.



L'area sottesa alla funzione è unitaria poichè è data da un rettangolo di dimensioni $1/\varepsilon$ e $t_0+\varepsilon-t_0 \Rightarrow \varepsilon$.

L'IMPULSO DI DIRAC è il limite per ε che tende a 0 dell'integrale di $\delta\varepsilon$ ossia $\delta(t)$

$$\int_0^{+\infty} \delta(t)\,e^{-st}\,dt$$

Per come l'ho definita la funzione di Dirac partirebbe da t_0 allora la traslo all'origine $\Rightarrow \delta(t-t_0)$

$$\int_0^{+\infty} \delta(t-t_0)\,e^{-st}\,dt$$

Io devo dunque cercare l'integrale nel punto t_0 allora i calcoli si semplificano:

$$e^{-st_0}\underbrace{\int \delta(t-t_0)\,dt}_{1 \text{ per definizione}} = \boxed{e^{-st_0}}$$

→ Trasformata di Laplace per la funzione di Dirac applicata a t_0

MASTER COPY Tel. 050 8312126 Cell. 388 9837745